ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

Ενδεικτικές Λύσεις

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 30
Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 22
Α3. α) Λ   β) Σ   γ) Σ   δ) Λ   ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + 10 \quad , x \in \Re$.
$f'(x) = (2x^3 + ax^2 - 12x + 10)' = 6x^2 + 2ax - 12$

Β2. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης είναι παράλληλη στον x'x αν έχει συντελεστή διεύθυνσης 0 στο σημείο επαφής, δηλαδή αν ισχύει $f'(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a - 12 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a = 3}$.

Β3. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 10$
$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$
$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \qquad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow x_1 = 1 \ , \quad x_2 = -2$$

<table>
<tr><td>x</td><td colspan="3">$-\infty$ -2 1 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$\nearrow$</td><td>$\searrow$</td><td>$\nearrow$</td></tr>
</table>

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,-2]$ και στο $[1,+\infty)$
Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-2,1]$
Η f έχει τοπικό μέγιστο για $x=-2$ το $f(-2)=30$
Η f έχει τοπικό ελάχιστο για $x=1$ το $f(1)=3$

B4. $\lim\limits_{x\to1}\frac{f^{/}(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{6x^2+6x-12}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{6(x^2+x-2)}{x-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim\limits_{x\to1}\frac{6(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=18$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\bar{x}=\frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4}x_iv_i \Rightarrow 14=\frac{200+210+18\cdot v_3+20\cdot 5}{40+v_3}\Rightarrow$

$\Rightarrow 14(40+v_3)=18v_3+520 \Leftrightarrow \boxed{v_3=10}$

Γ2.

Κλάσεις [,)	Κέντρο κλάσης x_i	v_i	x_iv_i
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	**18**	**10**	**180**
[20,24)	**20**	5	**110**
	Σύνολο	**50**	**700**

Γ3. $s^2=\frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2\cdot v_i=\frac{20(10-14)^2+15(14-14)^2+10(18-14)^2+5(22-14)^2}{50}$

$$=\frac{800}{50}=16 \Rightarrow \boxed{s^2=16}$$

Γ4. $CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{4}{14}\cong 0{,}29>0{,}1$ άρα το δείγμα είναι ανομοιογενές .

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = -\frac{1}{x^2} \quad , \; x \neq 0$

$f'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)' = \frac{2}{x^3}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$+$
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\nearrow$

Δ2. $-4 \leq x \leq 1 \overset{f\downarrow}{\Leftrightarrow} f(-4) \geq f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow -\frac{1}{16} \geq f(x) \geq -1$

$\Leftrightarrow -1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$.

Δ3. $M(1, f(1)) = M(1, -1)$

Ισχύει $\alpha = f'(1) = 2$

Άρα η εξίσωση εφαπτομένης είναι : $y = 2x + \beta \overset{M(1,-1)}{\Rightarrow} -1 = 2 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \beta = -3$.

Συνεπώς (ε) : $\boxed{y = 2x - 3}$

Δ4. Είναι : $y_1 = 2x_1 - 3 \quad , \quad y_2 = 2x_2 - 3 \quad , \quad y_3 = 2x_3 - 3$,άρα

$$\bar{y} = 2\bar{x} - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 5 \Rightarrow \boxed{\bar{y} = 5}$$

$$s_y = 2 \cdot s_x = 2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow \boxed{s_y = 4}$$

$$CV = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{CV = \frac{4}{5}}$$