

ΘΕΜΑ Α

A1. γ A2. δ A3. γ A4. β A5. Σ, Λ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό το (ii).

Η σκάλα έχει μήκος (ΑΓ)= l . Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δέχεται και κάνουμε χρήση της συνθήκης ισορροπίας:

$$\Sigma T_{(A)} = 0 \text{ ή}$$

$$N_{\Gamma} \cdot l \cdot \eta\mu\varphi - w \frac{l}{2} \sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \text{ ή } N_{\Gamma} = \frac{w\sigma\upsilon\nu\varphi}{2\eta\mu\varphi} \text{ ή}$$

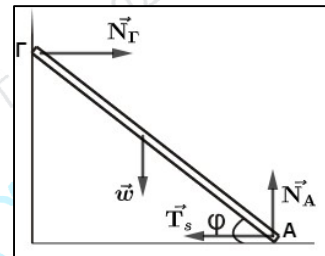
$$N_{\Gamma} = \frac{w}{2\varepsilon\varphi\varphi} \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \text{ ή } N_{\Gamma} - T_s = 0 \text{ ή } T_s = N_{\Gamma} \xrightarrow{(1)} T_s = \frac{w}{2\varepsilon\varphi\varphi} \quad (2)$$

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } N_A - w = 0 \text{ ή } N_A = w \quad (3)$$

Για να ισορροπεί η σκάλα πρέπει: $T_s \leq T_{s(\text{ορ})}$ ή $T_s \leq \mu_s \cdot N_A$ ή $\mu_s \geq \frac{T_s}{N_A}$ ή οριακά:

$$\mu_{s(\text{ορ})} = \frac{T_s}{N_A} \xrightarrow{\mu_{s(\text{ορ})} = \mu} \mu = \frac{T_s}{N_A} \xrightarrow[(3)]{(2)} \varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu}$$



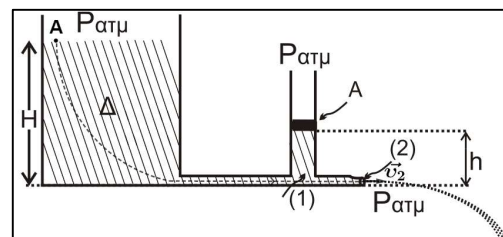
B2. Σωστό το (i).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για την ίδια ρευματική γραμμή μεταξύ ενός σημείου Α την επιφάνειας του ρευστού και του σημείου (2) του σωλήνα:

Bernoulli (A→2):

$$P_A + \frac{1}{2}\rho u_A^2 + \rho gH = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + 0 \xrightarrow{P_A = P_2 = P_{\text{atm}}} \rightarrow$$

$$u_2 = \sqrt{2gH} \quad (1)$$



Η παροχή στον σωλήνα παραμένει σταθερή.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση συνέχειας μεταξύ της περιοχής (1) και (2) του σωλήνα:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \quad \text{ή} \quad A_1 u_1 = A_2 u_2 \xrightarrow{A_2 = \frac{A_1}{2}} u_1 = \frac{u_2}{2} \xrightarrow{(1)} u_1 = \frac{\sqrt{2gH}}{2} \quad (2).$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για την ίδια ρευματική γραμμή μεταξύ του σημείου (1) και (2) του σωλήνα:

$$\text{Bernoulli (1) } \rightarrow \text{ (2): } P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2$$

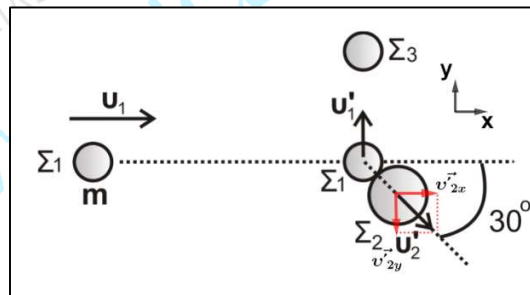
$$P_{\text{atm}} + \rho gh + \frac{w}{A} + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \xrightarrow{\substack{h=H/4 \\ (1),(2)}} \rightarrow$$

$$\rho g \frac{H}{4} + \frac{w}{A} + \frac{1}{2} \rho \frac{2gH}{4} = \frac{1}{2} \rho \cdot 2gH \quad \text{ή} \quad \boxed{w = \frac{\rho g H A}{2}}$$

B3. Σωστό το (iii).

Αναλύουμε την ταχύτητα του σώματος Σ₂ μετά την κρούση στους κάθετους άξονες x'x και y'y.

Για το σύστημα των σωμάτων Σ₁ και Σ₂ εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης ορμής στον κάθε άξονα ξεχωριστά:



$$\text{Α.Δ.Ο } x'x: P_{\text{ολ(αρχ)}} x'x = P_{\text{ολ(τελ)}} x'x \quad \text{ή}$$

$$m_1 \cdot u_1 = m_2 \cdot u'_{2x} \xrightarrow{m_2 = 2m_1} \rightarrow$$

$$m \cdot u_1 = 2m \cdot u'_{2x} \text{ συν} 30^\circ \quad \text{ή}$$

$$u_1 = 2u'_{2x} \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ή} \quad u_{2x}' = \frac{u_1}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\text{Α.Δ.Ο } y'y: P_{\text{ολ(αρχ)}} y'y = P_{\text{ολ(τελ)}} y'y \quad \text{ή}$$

$$0 = m_1 \cdot u_1' - m_2 \cdot u_{2y}' \quad \text{ή} \quad 0 = m \cdot u_1' - 2m \cdot u_{2y}' \cdot \eta \mu 30^\circ \quad \text{ή} \quad u_1' = u_{2y}' \xrightarrow{(1)} u_1' = \frac{u_1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Για τη πλαστική κρούση μεταξύ Σ₁ και Σ₃ εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης ορμής:

$$\text{Α.Δ.Ο: } P_{\text{ολ(αρχ)}} = P_{\text{ολ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad m \cdot u_1' = (m+m) \cdot V \xrightarrow{(2)} V = \frac{u_1}{2\sqrt{3}} \quad (3)$$

Για τον λόγο μεταξύ της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την κινητική ενέργεια του σώματος Σ₁ πριν την κρούση έχουμε:

$$\frac{K_{\text{ολ(τελ)}}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m+m) \cdot V^2}{\frac{1}{2}m \cdot u_1^2} \xrightarrow{(3)} \boxed{\frac{K_{\text{ολ(τελ)}}}{K_1} = \frac{1}{6}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την μέση ισχύ που καταναλώνεται στον αντιστάτη R_1 ισχύει:

$$P_{\mu} = I_{\text{εV}} V_{\text{εV}} \quad \text{ή} \quad P_{\mu} = \frac{V_{\text{εV}}^2}{R_1} \quad \text{ή} \quad V_{\text{εV}}^2 = P_{\mu} \cdot R_1 \quad \text{ή} \quad \left(\frac{V}{\sqrt{2}}\right)^2 = P_{\mu} \cdot R_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{V = 12V}$$

Για την ενεργό ένταση του ρεύματος ισχύει:

$$I = \frac{V}{R_1} = 2A \quad \text{οπότε} \quad I_{\text{εV}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad \text{ή} \quad \boxed{I_{\text{εV}} = \sqrt{2} A}$$

Γ2: Το πλάτος της τάσης είναι: $V = N\omega BA = 12V$.

Αν διπλασιαστεί η συχνότητα περιστροφής του πλαισίου διπλασιάζεται και η γωνιακή ταχύτητα του. Το νέο πλάτος τάσης θα είναι:

$$V' = N\omega' BA \quad \text{ή} \quad V' = N(2\omega)BA \quad \text{ή} \quad V' = 2V \quad \text{ή} \quad V' = 24V.$$

Η στιγμιαία τάση είναι: $u = V' \eta \mu \omega' t$ ή $u = 24 \eta \mu 100 \pi t$ (S.I).

Η εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος είναι:

$$p_{\text{στ}} = \frac{u^2}{R_1} \quad \text{ή} \quad \boxed{p_{\text{στ}} = 96 \eta \mu^2 100 \pi t \text{ (S.I)}}$$

Για την χρονική στιγμή $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ η στιγμιαία ισχύς είναι:

$$p_{\text{στ}} = 96 \eta \mu^2 (100 \pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}) \quad \text{ή} \quad \boxed{p_{\text{στ}} = 96W}$$

Γ3. Από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{F}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = 1 \text{ m/s}^2.$$

Ο αγωγός από 0-2s εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Άρα ισχύει ότι:

$$u = \alpha t. \quad \text{Για } t=2\text{s} \quad \text{είναι } u=2\text{m/s}.$$

Από $t=2\text{s}$ και μετά ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα. Άρα ισχύει ότι: $\Sigma F=0$

$$\text{ή} \quad F_L = F \quad \text{ή} \quad BIl = F \quad \text{ή} \quad I = \frac{F}{B \cdot \ell} \quad (1).$$

Οι αντιστάτες R_1 και R_2 είναι παράλληλα συνδεδεμένοι.
 Υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση τους και στην συνέχεια την ισοδύναμη αντίσταση όλου του κυκλώματος:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 2\Omega \quad \text{και} \quad R_{O\Lambda} = R_{1,2} + R_{K\Lambda} \quad \text{ή} \quad R_{O\Lambda} = 4\Omega$$

Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει την ράβδο είναι:

$$I = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{O\Lambda}} \quad \text{ή} \quad I = \frac{Bu\ell}{R_{O\Lambda}} \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει $B=1 \text{ T}$

Γ4. Από 0-2s: η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Συνεπώς η μετατόπιση της ράβδου είναι:

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad x_1 = 2 \text{ m}$$

Από 2s-5s: η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $u=2\text{m/s}$. Συνεπώς η μετατόπισή της για αυτό το χρονικά διάστημα είναι:

$$x_2 = u \cdot \Delta t \quad \text{ή} \quad x_2 = 6 \text{ m}$$

Άρα η συνολική μετατόπιση της ράβδου είναι: $x_{O\Lambda} = x_1 + x_2$ ή $x_{O\Lambda} = 8 \text{ m}$.

Το έργο της δύναμης F για την συνολική μετατόπισης είναι:

$$W_F = F \cdot x_{O\Lambda} \quad \text{ή} \quad W_F = 4 \text{ J} \quad (1)$$

Η τάση στα άκρα του αντιστάτη R_2 (ο οποίος συνδέεται παράλληλα με την ράβδο) είναι:

$$V_2 = V_{K\Lambda} \quad \text{ή} \quad V_2 = E_{\text{επ}} - IR_{K\Lambda} \quad \text{ή} \quad V_2 = Bu\ell - IR_{K\Lambda} \quad \text{ή} \quad V_2 = 1V.$$

Άρα η θερμότητα που ακτινοβολεί ο αντιστάτης R_2 στο ζητούμενο χρονικό διάστημα είναι:

$$Q = \frac{V^2}{R_2} t = 1 \text{ J} \quad (2)$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\pi\% = \frac{Q}{W_F} 100\% \xrightarrow[(2)]{(1)} \pi\% = 25\%$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δέχονται τα σώματα Σ_1 , Σ_2 και η τροχαλία.

Αναλύουμε το βάρος του σώματος Σ_2 σε δύο κάθετους άξονες.

Το σώμα Σ_2 ισορροπεί:

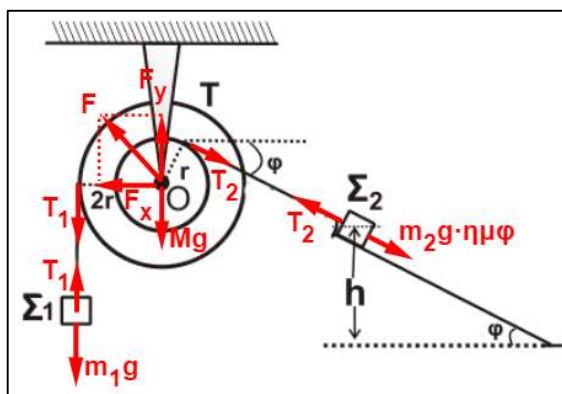
$$\Sigma F_x = 0 \text{ ή } T_2 = m_2 g \eta \mu \varphi \text{ ή } T_2 = 30 \text{ N.}$$

Η τροχαλία ισορροπεί:

$$\Sigma \tau_{(o)} = 0 \text{ ή } T_1 \cdot 2r = T_2 \cdot r \text{ ή } T_2 = 2T_1 \text{ ή } T_1 = 15 \text{ N.}$$

Το Σ_1 ισορροπεί:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } T_1 = m_1 g \text{ ή } m_1 = 1,5 \text{ kg}$$



Αναλύουμε την δύναμη T_2 που δέχεται η τροχαλία από το νήμα (2) σε δύο κάθετους άξονες.

Η τροχαλία ισορροπεί:

$$\Sigma F_x = 0 \text{ ή } F_x = T_{2x} \text{ ή } F_x = T_2 \sigma \nu \eta \varphi \text{ ή } F_x = 24 \text{ N.}$$

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } F_y = T_{2y} + Mg + T_1 \text{ ή } F_y = T_2 \eta \mu \varphi + Mg + T_1 \text{ ή } F_y = 48 \text{ N.}$$

Η συνολική δύναμη που δέχεται η τροχαλία T από τον άξονα έχει μέτρο:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \text{ ή } F = 24\sqrt{5} \text{ N}$$

Δ2. Μετά την κοπή του νήματος το σώμα κινείται από την αρχική του θέση (θέση Α) μέχρι την θέση (Γ). Από αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το Σ_2 μεταξύ αυτών των θέσεων έχουμε:

$$E_A = E_B \text{ ή } K_A + U_A = K_B + U_B \text{ ή } m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 u^2 \text{ ή } u = 6 \text{ m/s.}$$

Το σώμα Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο και ο χρόνος κίνησης του από το Γ στο Δ ισούται με:

$$x = ut \text{ ή } t = \ell / u \text{ ή } t = \pi / 10 \text{ s.}$$

Ο παραπάνω χρόνος ισούται με τον χρόνο για την μετάβαση του σώματος Σ_3 από την αρχική του θέση (ακραία θέση ταλάντωσης) στην θέση Δ (θέση ισοροπίας της ταλάντωσης). Άρα η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3 είναι:

$$t = T/4 \text{ ή } T = 4t \text{ ή } T = 0,4\pi \text{ s}$$

Από τον τύπο της περιόδου μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης υπολογίζουμε την σταθερά του ελατηρίου:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{K}} \quad \text{ή} \quad \boxed{K = 125 \text{ N/m}}$$

Δ3. Η γωνιακή συχνότητα της αρχικής ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_3}} \quad \text{ή} \quad \omega = 5 \text{ rad/s}.$$

Το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης πριν την κρούση είναι: $A = d = 0,2 \text{ m}$.

Η ταχύτητα του Σ_3 πριν την κρούση είναι η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης του:

$$u_3 = u_{\max} \quad \text{ή} \quad u_3 = \omega \cdot A \quad \text{ή} \quad u_3 = 1 \text{ m/s}.$$

Τα σώματα έχουν ίδιες μάζες και συγκρούονται ελαστικά, άρα ανταλλάσσουν ταχύτητες. Αν ορίσουμε ως θετική την φορά κίνησης προς τα αριστερά, οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 μετά την κρούση είναι:

$$u_3' = -6 \text{ m/s} \quad \text{και} \quad u_2' = 1 \text{ m/s}$$

Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης δεν αλλάζει. Άρα το πλάτος της νέας ταλάντωσης μετά την κρούση θα είναι:

$$A' = \frac{|u_3'|}{\omega} \quad \text{ή} \quad A' = 1,2 \text{ m}.$$

Αν θεωρήσουμε ως $t=0$, την στιγμή της κρούσης, τότε για την νέα ταλάντωση του Σ_3 μετά την κρούση ισχύει ότι:

$$\text{Την } t=0, x=0 \text{ με } u_3' < 0 \text{ άρα } \varphi_0 = \pi \text{ rad}.$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με τον χρόνο για την κίνηση του Σ_3 μετά την κρούση θα είναι:

$$x = A' \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ή} \quad \boxed{x = 1,2 \eta\mu(5t + \pi) \text{ (s.i.)}}$$

Δ4. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης για να βρούμε τις θέσεις στις οποίες η κινητική ενέργεια είναι οκταπλάσια την δυναμικής:

$$K + U = E \quad \text{ή} \quad 8U + U = U_{\max} \quad \text{ή} \quad 9U = U_{\max} \quad \text{ή} \quad 9 \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} D A'^2 \quad \text{ή} \quad x = \pm \frac{A'}{3}.$$

Για πρώτη φορά το σώμα περνάει από την αρνητικής θέση της ταλάντωσης. Άρα:

$$x = -\frac{A'}{3} = -0,4 \text{ m}.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3 είναι:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = -Dx \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{dp}{dt} = 50 \text{ kgm/s}^2}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_3 στην θέση $x=-0,4\text{m}$ είναι:

$$K = 8U \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_3u^2 = 8\frac{1}{2}Dx^2 \quad \text{ή} \quad u = 2\sqrt{8} \text{ m/s}.$$

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_3 είναι:

$$\left| \frac{dK}{dt} \right| = \frac{|W_{\Sigma F}|}{dt} = \frac{|\Sigma F dx|}{dt} = |\Sigma Fu| = D|x||u| \quad \text{ή} \quad \boxed{\left| \frac{dK}{dt} \right| = 200\sqrt{2} \frac{\text{J}}{\text{s}}}$$

Δ5. Το σώμα Σ_3 επιστρέφει πάλι στην θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος σε χρόνο:

$$t = \frac{T}{2} = 0,2\pi \text{ s}$$

Συνεπώς, η απόσταση των σωμάτων μεταξύ τους θα είναι ίση με την απόσταση που θα διανύσει το Σ_2 μετά την κρούση το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:

$$x = u_2' \cdot t \quad \text{ή} \quad \boxed{x = 0,628 \text{ m}}$$

Σχολιασμός θεμάτων: Τα θέματα κρίνονται απαιτητικά αλλά και διαβαθμισμένης δυσκολίας. Ο χρόνος για την επίλυση τους είναι ανεπαρκής και απευθύνονται σε υποψήφιους-ρομπότ που έχουν μάθει να λύνουν μηχανικά χωρίς να τους επιτρέπεται ακόμα και το στιγμιαίο λάθος.

Αναλυτικά:

Θέμα Α: Σχετικά εύκολο χωρίς υπερβολές που ελέγχει την κατανόηση της θεωρίας σε ένα μεγάλο κομμάτι της ύλης.

Θέμα Β: Το Β1 προέρχεται από το σχολικό βιβλίο ωστόσο είναι πιο απαιτητικό από το αντίστοιχο περσινό. Το Β2 επίσης είναι πιο απαιτητικό από το αντίστοιχο περσινό. Το Β3 είναι ένα καλό θέμα (σαφώς λιγότερο απαιτητικό από το αντίστοιχο περσινό) στο οποίο όμως δίνεται ένα περιττό στοιχείο στους μαθητές που θα μπορούσε να αποπροσανατολίσει (ελαστική κρούση).

Θέμα Γ: Η όψη της διάταξης αρχικά τρομάζει. Είναι σαφής η εμμονή της επιτροπής να τα συμπεριλάβει ΟΛΑ σε ένα θέμα μόνο και μόνο για να ονομαστεί «συνδυαστικό» χωρίς να υπάρχει λόγος να γίνει αυτό σε ένα τέτοιο θέμα.

Η επιτροπή δεν επιτυγχάνει τον σκοπό της εφόσον δεν υπάρχει καμία ουσιαστική σύνδεση μεταξύ της πηγής εναλλασσόμενης τάσης και της υπόλοιπης διάταξης.

Τα ζητήματα στο Γ3 και Γ4 είναι απαιτητικά και απαιτούν πολύ καλή γνώση της φυσικής όλου του λυκείου. Επίσης επισημαίνεται η αδικαιολόγητη εμμονή της επιτροπής να βασιστεί για δεύτερη συνεχόμενη χρονιά στην άσκηση 55 του σχολικού βιβλίου.

Θέμα Δ: *Απαιτητικό που απαιτούσε σωστή διαχείριση χρόνου εφόσον τα ζητούμενα είναι πολλά. Τα φαινόμενα και οι παγίδες είναι λιγότερες σε σχέση με τα περσινά θέματα ωστόσο το Δ5 δεν έχει κανέναν λόγο ύπαρξης. Είναι εμφανής για μια ακόμη φορά η πρόθεση-άγχος της επιτροπής να εξαντλήσει τους υποψηφίους.*

**Τομέας Φυσικής στα φροντιστήρια
«ρούλα μακρή»**

